

SAMMEN OM MATEMATIK I KØBENHAVN

Rammer og målsætninger for pædagogisk praksis og undervisning
i matematik i et 0-18-årsperspektiv



”Sammen om matematik” er en fælles ramme med fokuspunkter og målsætninger for pædagogisk praksis og undervisning i matematik. Rammen er blevet til i samråd med praktikere og ledere fra dagtilbud, skole og et rådgivningspanel bestående af eksperter inden for læring og matematikdidaktik.



INDHOLD

Indledning	4
Hvorfor "Sammen om matematik"?	4
Målet med "Sammen om matematik"	5
Arbejdet med "Sammen om matematik"	6
"Sammen om matematik" i dagtilbud – matematik i børnehøjde	8
Hvad er matematisk opmærksomhed?	9
Hvorfor arbejde med matematisk opmærksomhed i dagtilbud?	18
Hvordan kan vi udvikle en praksis med matematisk opmærksomhed?	18
"Sammen om matematik" i folkeskolen	21
Hvad vil det sige at arbejde "rettet mod de matematiske kompetencer" i folkeskolen?	21
Evaluering af matematiske kompetencer	28
Hvad er "matematikdidaktiske praksisfællesskaber"?	28
Udfoldning af "Sammen om matematik" i folkeskolen	29
Referencer	32
Noter	34

INDLEDNING

Hvad skal der til, for at alle børn og unge bliver så dygtige til matematik, som de kan? I efteråret 2015 stillede forvaltningen i København dette spørgsmål til fagfolk fra daginstitutionerne og 80 matematikvejledere på de københavnske skoler, og svaret var klart: Der er brug for fokus på matematik i alle de sammenhænge, som børn lærer i, og på øget samarbejde om børnenes matematikfaglige udvikling. Desuden er der brug for en fælles ramme, der kan skabe en større grad af fælles sprog om og sigte med børnenes matematikfaglige udvikling.

“Sammen om matematik” er en fælles ramme med fokuspunkter og målsætninger for pædagogisk praksis og undervisning i matematik. Rammen er blevet til i samråd med praktikere og ledere fra dagtilbud, skole og et rådgivningspanel bestående af eksperter inden for læring og matematikdidaktik. De fælles rammer og målsætninger danner grundlag for initiativer og indsatser vedrørende børns matematiske opmærksomhed i dagtilbud, på fritidsinstitutioner og -centre samt på skoler i Københavns Kommune fra 2017 til 2021.

HVORFOR “SAMMEN OM MATEMATIK”?

Matematik spiller på forskellige måder en stadig større rolle i de fleste menneskers hverdagsliv, samfundsliv og arbejdsliv. I hverdagslivet har voksne fx brug for at kunne navigere i renteberegninger, byggevejledninger og grafiske fremstillinger for at kunne tage stilling til, hvad de vil købe, gøre og mene i et væld af situationer. I samfundslivet bliver økonomiske og politiske beslutninger i stigende grad baseret på avancerede matematiske modeller, og i arbejdslivet gør mange professioner brug af data, geometri og algebra. Når vores børn forlader folkeskolen, er det hensigten, at vi har gjort dem i stand til at begå sig i denne vifte af matematikholdige situationer (UVM 2016a).

På den ene side handler det om dannelse: Vi vil gøre dem til oplyste og deltagende samfundsborgere. På den anden side handler det om ekspertise: Vi vil gøre dem til dygtige fagpersoner, der kan bidrage med bl.a. matematisk tænkning i løsningen af problemer og udvikling af nye fremgangsmåder. Samlet set er ambitionen at gøre vores børn matematisk kompetente: De skal kunne handle på en indsigtfuld måde i matematikholdige situationer (Niss & Jensen 2002).

1. Forskning viser, at børn har de bedste muligheder for at udvikle matematisk kompetence, hvis de begynder tidligt – allerede før skolen – med at udvikle matematisk opmærksomhed (Mazzocco 2005, Dowker 2005, Hannula & Lehtinen 2005, Kreismann 2003). Pædagogerne i dagtilbud kan gennem en fokuseret opmærksomhed på lege, aktiviteter og samtaler, hvor tal, rum, form og mængder indgår, understøtte børnenes begyndende forståelse af begreber og handlinger, der er knyttet til matematik, på samme måde, som de understøtter børnenes sproglige udvikling. Senere er det pædagoger og lærere i skolen, der skaber læringsmulighederne for børnene, når deres matematiske opmærksomhed gradvist skal udvikles til egentlige matematiske kompetencer. De forskellige læringsarenaer kræver et tværgående samarbejde mellem institutioner under dagtilbud og skoler og en fælles ramme for dette arbejde.

2. Ambitionen om at gøre vores børn til matematisk kompetente voksne er udfordrende. Matematik er ikke længere det samme fag, som det var for bare 25 år siden. Det skyldes bl.a. den teknologiske udvikling, som gradvist flytter det indhold og de mål, som det er relevant for børnene at arbejde med, for at de kan begå sig i matematikholdige situationer. Den løbende udvikling i matematikfaget udfordrer samtidig

sammenhængen i vores uddannelsessystem, bl.a. fordi forskellige institutioner ikke nødvendigvis udvikler sig i takt med det matematiske felt. I overgangen mellem børnehave og skole og igen mellem skole og ungdomsuddannelse risikerer vi derfor let, at børnene ikke oplever sammenhæng, hvis der ikke arbejdes på tværs i et 0-18-årsperspektiv. Denne erkendelse er en anden væsentlig begrundelse for "Sammen om matematik".

3. I København ønsker vi, at alle vores børn og unge får en så god faglig ballast som muligt. Ved de senere års prøver i matematik kan vi se, at der er stor forskel på de resultater, eleverne fra forskellige københavnske skoler opnår. Samlet set har københavnske elevers præstationer i prøverne i de senere år været lidt under landsgennemsnittet. Det er vores ambition, at et målrettet samarbejde om matematik i København vil bidrage til at forbedre både det overordnede resultat for kommunens skoler og hver enkelt elevs matematiske kompetencer.

4. "Sammen om matematik" skal danne ramme for de projekter og efteruddannelsstilbud, som sættes i gang i kommunen. Formålet skal fortsat være at udvikle den pædagogiske praksis og den undervisning, som giver børnene de bedste læringsmuligheder. Vi ved, at kommunens pædagogiske personale, lærere og ledere allerede arbejder med samme formål. "Sammen om matematik" skal støtte og styrke dette arbejde yderligere med en fælles ramme for de målrettede indsatser for matematik i København.

Der er brug for fokus på matematik i alle de sammenhænge, som børn lærer i, og på øget samarbejde om børnenes matematikfaglige udvikling.

MÅLET MED "SAMMEN OM MATEMATIK"

Københavns Kommune har formuleret målsætninger for tre forskellige indsatsområder i perioden 2017-2021. Den første målsætning vedrører institutioner under dagtilbud, herunder fritidsinstitutioner og fritidscentre. De to efterfølgende målsætninger vedrører folkeskolerne.

ARBEJDET MED "SAMMEN OM MATEMATIK"

Målene vedrører i høj grad pædagogers og læreres udvikling af praksis. Fra forskning ser vi, at sådanne faglige praksisforandringer har de bedste betingelser, hvis udviklingsarbejdet foregår praksisnært, kollektivt, lokalt forankret og over længere tid (Hennessy 2014). Fra løbende evalueringer af de enkelte skolers og dagtilbuds arbejde ved vi, at udgangspunktet for et udviklingsarbejde rettet mod matematik er meget forskelligt. På nogle insti-

tutioner har matematik længe været i fokus, mens andre institutioner i højere grad har fokuseret på andre dele af deres opgaver i de senere år.

Det er derfor hensigten, at de indsatser, der sættes i værk for at opfylde målene, tager et lokalt udgangspunkt og dermed er tæt forbundet med den lokale praksis, foregår i samarbejde og får god tid. Samarbejdet er tænkt både lokalt i institutionen og på tværs i kommunen. "Sammen om matematik" peger således på nogle fælles mål, der tager udgangspunkt i den pædagogiske virkelighed, og de involverede er selv med til at forme deres veje mod målene.

I de følgende afsnit uddybes hvert af de tre mål. Hvert afsnit indeholder en afklaring af centrale begreber, inspiration til de enkelte institutioners arbejde med at realisere målene og beskrivelser af forventningerne til institutionerne.

	Indsatsområde	Målsætning
1	Matematisk opmærksomhed i dagtilbud.	Alle dag- og fritidsinstitutioner udvikler en praksis, hvor der arbejdes med matematisk opmærksomhed i hverdagsituationer.
2	Planlægning, gennemførelse og evaluering af matematikundervisning i folkeskolen rettet mod elevernes udvikling af matematiske kompetencer.	Alle elever udvikler deres matematiske faglighed gennem en undervisning, der er rettet mod de matematiske kompetencer.
3	Det faglige samarbejde mellem matematikundervisere, resourcepersoner i matematik og den faglige ledelse i folkeskoler.	Alle, der underviser i matematik, samarbejder i matematikdidaktiske praksisfællesskaber med fokus på børn og unges læring.



”SAMMEN OM MATEMATIK” I DAG- TILBUD – MATEMATIK I BØRNEHØJDE

Når talen falder på matematik, tænkes der ofte på talskrivning, gangetabeller, brøker og procent. Vi er vant til at dele matematikken ind i tal, geometri, statistik og sandsynlighed. Men hvis vi skal få øje på de mindre børns matematik i dagtilbuddet, må vi flytte lidt på fokus. Vi må se børns matematiske oplevelser og udfordringer i de situationer og i de aktiviteter, de deltager i i dagtilbuddets hverdag. Børns matematiske forståelse bliver påvirket og udviklet af verden, både i og uden for institutionen. Børn bruger aktivt tal, tælling og måling som en almindelig del af deres hverdagsliv og legekultur og som en måde at udforske denne verden på.

Matematikken kan altså siges at være kontekstafhængig, erfaringsbaseret og kropslig, og den er indlejret og forankret i hverdagens strøm af menings- og informationsudveksling. Når vi retter fokus på det aktive, legende og udforskende barn, bliver handlinger med og om matematik tydelige. At arbejde med matematisk opmærksomhed i dagtilbud kræver, at vi udvikler en pædagogisk praksis, hvor matematisk sprog og opmærksomhed indgår som en integreret og naturlig del i hverdagen – i børns kulturfællesskaber, i relationen mellem børn og voksne og i arbejdet med krop, sprog og kommunikation. Børnene har brug for de voksne til at stimulere og udvikle deres matematiske forståelse. Når vi vil arbejde systematisk med matematik i dagtilbuddet, er det vigtigt, at vi anvender udvekslingstonen, hvor både børn og voksne er aktive og udveksler mening, erfaringer og viden med hinanden.

Det pædagogiske arbejde med matematik skal ses i sammenhæng med det pædagogiske arbejde, der også finder sted i institutionen som omsorg og leg. Leg udgør et centralt aspekt af læringsmiljøet

i daginstitutioner, og børn lærer og udvikler sig gennem leg med hinanden og gennem aktiviteter, der tager udgangspunkt i barnets interesser og er på barnets præmisser, sammen med andre børn og med voksne. Leg og læring hænger sammen, og det er vigtigt, at vi skaber et godt legemiljø og udformer aktiviteter med legekarakter, som inspirerer børnene til at eksperimentere og lære. Fælles opmærksomhed er en forudsætning for at kunne arbejde med matematisk opmærksomhed. Men for at kunne deltage i fælles opmærksomhed må børnene have en tryk tilknytning og turde udforske verden fra en tryk base. Arbejdet med den matematiske opmærksomhed kan således ikke ses adskilt fra det pædagogiske arbejde med leg, omsorg, tryk og tilknytning.

Et systematisk arbejde med matematisk forståelse og matematisk sprog kan understøtte bestræbelserne på at udvikle, vedligeholde og løfte vores pædagogiske praksis, så vi skaber inspirerende og stimulerende læringsmiljøer, hvor børn trives, og hvor de udvikler deres matematiske forståelse. Samtidig må vi for at skabe lige chancer for alle børn, uanset social baggrund og forudsætninger, indtænke arbejdet med matematik i institutionens hverdag i et læringsmiljø med omsorg og tryk, leg, meningsfuld kommunikation og pædagoger, som har øje for hvert barns individuelle forudsætninger.

For fokusområdet ”Matematisk opmærksomhed i dagtilbud” er målsætningen således, at alle daginstitutioner udvikler en praksis, hvor der arbejdes med matematisk opmærksomhed i hverdags-situationer.

HVAD ER MATEMATISK OPMÆRKSOMHED?

"Matematisk opmærksomhed" vedrører det matematiske sprog og handlinger, som børnene bringer i spil, når de beskriver og tager del i den omgivende verden. For at styrke børns matematiske opmærksomhed kræver det, at de professionelle voksne omkring børnene kan observere børns handlinger i matematikholdige situationer, og at de har samtaler med børnene om tid, rum og tal (Andersen & Lindhardt 2013). Situationer, hvor matematik indgår, findes både i børnenes leg, i strukturerede aktiviteter og i hverdagens rutiner. De følgende eksempler viser, hvordan det kan folde sig ud i praksis.

Mange associerer matematik med tælling, talskrivning og regning i bøger, men hvis man skal få øje for børns matematiske opmærksomhed, er det vigtigt at se ud over denne traditionelle forståelse. Matematik skal genkendes i andre kontekster, nemlig der, hvor børn møder matematikken i deres umiddelbare hverdag. Og det er også der, de voksne skal have deres opmærksomhed.

En opmærksomhed på børnenes begyndende matematiske opmærksomhed.

Allan Bishop (1991) formulerer seks fundamentale matematiske aktiviteter:

1. Lokalisering
2. Design
3. Tælling
4. Måling
5. Lege og spil
6. Forklaring og argumentation.

Disse seks aktivitetsformer kan være udgangspunktet for en iagttagelse af, hvilken form for matematik der allerede optager børnene. Aktivitetsformerne kan være et redskab til en bredere og mere nuanceret opfattelse af, hvad matematik er og kan være for voksne og børn i dagtilbud.

Eksemplerne på de følgende sider viser forskellige situationer, hvor børnene anvender et sprog, de har udviklet til at beskrive deres omverden, og hvor de opbygger nye erfaringer med antal, størrelser, mønstre og former.

Målsætning: Alle dag- og fritidsinstitutioner udvikler en praksis, hvor der arbejdes med matematisk opmærksomhed i hverdagssituationer.

I. Lokalisering

Lokalisering handler om, hvor ting er placeret i rummet. Vi skaber mentale kort for at orientere os i omgivelserne. For at barnet skal kunne finde frem til et bestemt stykke legetøj, er barnet nødt til at forestille sig, hvor legetøjet er placeret, og samtidig selv orientere sig i rummet for at gå i den rigtige retning for at finde frem til det sted, hvor legetøjet står. At lære at finde rundt i omgivelserne og vurdere muligheder og begrænsninger udvikles i børnenes lege og aktiviteter. I det følgende eksempel løber Emil hen til en stol, kravler op på den og orienterer sig i forhold til, hvor højt han er oppe.



EKSEMPEL I

Emil elsker at løbe stærkt og hoppe ned. Han trykker sig helt op til væggen, for der skal fart på. "En, to, start." Han løber hen til et bord og kravler op på det. Han vender sig om for at hoppe ned. Her står han så et stykke tid og kigger ned. "Der er godt nok langt ned!" Så vender han sig forsigtigt om og kravler ned. Han løber derefter hen til en pude. Han stiller sig på puden, siger "Hop" og hopper.

2. Design

Design handler om at kunne beskrive en given form eller skabe en given form. Børn lærer om mønstre, former og symmetri ved at genkende ligheder og forskelle, klippe og forme figurer i forskellige materialer. Mønstre oplever børnene i kunst, arkitektur og håndværk, der ofte er skabt ud fra den matematiske verden. Formen er vigtig, når de bygger togbaner, huse og huler. Håndværk er et godt udgangspunkt for at undersøge mønstre.



EKSEMPEL 2

Vuggestuen er gået på opdagelse. De er på opdagelse efter former og størrelser på en tur rundt om institutionen. I dag ser børnene på riste og dæksler, der er på fortovet.

Daniel peger på risten og råber glad: "Se, kanter!" De andre børn løber hen til ham. De giver sig til at undersøge risten og mærke på kanterne. Der er mange kanter.

På turen finder de også andre former: Daniel finder en rød trekant på et skilt, hvilket han glad viser sine venner: "Se der!"



EKSEMPEL 3

Børnene har fået et nyt byggemateriale, Magna Tiles, som er magnetiske. De er ved at pakke ud og undersøge alle brikkerne, som fører til en naturlig snak om trekanter, firkanter, størrelser og farver. Børnene eksperimenterer med forskellige muligheder.

Hvor højt kan man bygge? Hvordan kan de forskellige former sættes sammen? Kan man bygge flade figurer? Kan man bygge rumlige figurer?

Hvis børnene mangler en brik i deres byggeri, bliver de opfordret til at spørge deres venner ved fx at sige: Jeg mangler en rød firkant, eller jeg mangler en stor grøn trekant, eller jeg mangler en lille gul trekant.

TÆLLING OG MÅLING HANDLER OM TAL

3. Tælling

Tælling handler om at anvende tal til optælling. Selv meget små børn møder tælling, talord, optælling og talsystemer i rim, sange og spil. Børn viser, hvor gamle de er, ved at vise antallet af fingre, de lærer turtagning og deling i sociale sammenhænge. Det kan fx handle om at dele brød og frugt ud til formiddagsmad, hvor der er et stykke brød til hver og et stykke agurk og så måske et ekstra stykke, hvis man er meget sulten. I mange spil indgår der ligeledes tælling på forskellig måde.

Det er dog vigtigt at være opmærksom på, at der er forskel på at tælle og at bestemme et antal. Tælleaktiviteter understøtter en forståelse af talrækken. At bestemme et lille antal mellem ét og tre elementer ser ud til at være medfødt. Det betyder, at børn kan bestemme antal, længe før de kan tælle. Sammenhængen mellem antalsbestemmelse og tælling sker først, når barnet erkender, at det sidste tal, der bliver sagt, samtidig angiver antallet af elementer, som det fx fremgår af nedenstående eksempel.



EKSEMPEL 4

Der er morgensamling i børnehaven. Pædagogen spørger: "Hvor mange er vi i dag?" Et af de yngre børn rejser sig og tæller de andre. Tællingen foregår ved, at han rører hvert enkelt barn på hovedet, samtidig med at han siger et talord: "1, 2, 3, ... 19, 20, 21." Ved at sige det sidste tal højt og tydeligt fortæller barnet, at der er 21 børn i dag.

Pædagogen spørger videre: "Hvor mange plejer vi at være?"

Et af børnene siger: "24."

Pædagogen spørger: "Hvor mange mangler vi?"

Et af de ældre børn tager sin ene hånd frem. Viser sin tommelfinger og siger "21", derefter tager hun i rækkefølge pegefingeren og siger "22", så langemand og siger "23" og til sidst ringfingeren og siger "24". Hun ser på sine fingre, tæller igen "1, 2, 3" og siger: "Vi mangler tre."

4. Måling

Måling handler om at beskrive størrelser ved hjælp af tal. Måling er det, vi ofte kalder for hverdagsmatematik eller tal med benævnelser som fx liter, meter, timer, kilogram og kroner. Børn er interesseret i måling. Børns første målinger foregår, når de sammenligner og på den måde får erfaringer med måling i forskellige sammenhænge.

Hvem kan løbe hurtigst? Hvem er ældst, yngst, lige gamle? Hvem er højest, mindst, lige høje? Hvor meget mel skal der bruges, når de skal bage? Klodsen er for lang til at passe til huset. Hvor stor skal hulen være, hvis vi alle sammen skal være i den?



EKSEMPEL 5

I skovbørnehaven har børnene samlet kæppe, som er lige så lange som deres arme. Og de går nu i gang med at sammenligne dem for at finde ud af, hvilken kæp (arm) der er længst. Det er ikke altid lige nemt, for hvordan måler man en kæp, der buer? Den kan ikke umiddelbart måles ved direkte sammenligning. "Men hvis vi nu strækker den ud, så bliver den rigtig lang!"

5. Lege og spil

Lege og spil er ikke i sig selv matematiske, men ofte anvender man matematik i alt, fx rollelege, terningspil, strategispil og fantasilege, og byggeaktiviteter fremmer børns matematiske kompetencer uanset alder. Det kan fx handle om at sidde med en puttekasse og få formene til at passe i de

rigtige huller eller bygge et tårn af klodser, lægge puslespil eller dække bord til et dukkeselskab. Mange spil udfordrer og udvikler børns kundskaber om tal og tælling. Spil indebærer ofte, at børn skal argumentere for deres synspunkter.



EKSEMPEL 6

Børnene skal dække op til et bamseselskab. Her er der også mange overvejelser, der skal gøres:

Hvor mange bamser kommer der?

Hvor stort skal tæppet være?

Hvor mange kopper, skeer og kager?

Har vi nu nok kopper?

Hvordan kan vi finde ud af, om vi har kopper nok?

Hov, der mangler en kop. Hvad gør vi så?

Hvad med kagerne?



6. Forklaring og argumentation

Forklaring og argumentation er ikke isoleret set en matematisk aktivitet, men ofte anvender man matematik, når man forklarer eller drager slutninger. Børn anvender forklaringer, logiske slutninger og ræsonnementer for at forstå deres omgivelser. Børn udtrykker sig ved hjælp af ord og vil gerne forklare deres tanker, og hvad det betyder.



EKSEMPEL 7

Louise sidder og arbejder med en perleplade. Hun fortæller:

"Se, jeg har lavet en blomst – altså, det er ikke en rigtig blomst, det er bare et mønster, der ligner en blomst."



EKSEMPEL 8

I vuggestuen undersøger de, hvem der kan komme under planten, der står ude i gården. Alle børnene kan komme under, men den voksne kan ikke. Hun spørger: "Hvad skal jeg gøre? Jeg kan ikke komme under."

Der går lidt tid, så siger et af børnene: "Du er for høj, så du må bøje dig."

Barnet viser, hvordan man bøjer sig. Den voksne bøjer sig – og ja, nu kan hun komme under. Alle bliver glade.



EKSEMPEL 9

I fritidsinstitutionen argumenterer børnene for forskellige måder at arrangere en forboldturnering på. Børnene kan diskutere fordele og ulemper og lytte til hinandens argumentation.

HVORFOR ARBEJDE MED MATEMATISK OPMÆRKSOMHED I DAGTILBUD?

Hvis man analyserer børns lege og aktiviteter i dette perspektiv, er det muligt at tænke matematik og matematisk opmærksomhed meningsfuldt ind i vuggestuer og børnehaver samt KKFO'er og fritidsinstitutioner. Det kræver imidlertid, at personalet har kompetence til at genkende matematikken og forstå børns måde at udtrykke matematik på. Det handler med andre ord om, at personalet er opmærksomt på børnenes matematiske opmærksomhed.

Matematisk opmærksomhed udvikles i interaktionen mellem barn/børn og barn/voksen, når situationerne opstår i dagtilbuddets hverdag. Det er på den måde interaktioner (ikke situationerne i sig selv) og hverdagen, der er bærende for arbejdet med matematisk opmærksomhed. Det er således ikke hensigten, at børn i dagtilbud skal begynde at arbejde med matematik på samme måde som i skolen. **Der er ikke tale om en lightversion af matematik i skolen.**

På mange måder kan matematisk opmærksomhed sammenstilles med sproglig opmærksomhed. Det handler om at inddrage børnene i forskellige perspektiver på vores omverden og det sprog, vi bruger til at beskrive den med. På nuværende tidspunkt har arbejdet med matematisk opmærksomhed i danske dagtilbud dog en mere sekundær placering. I dagtilbudsloven er matematisk opmærksomhed dels en integreret del af læreplanstemaet "Sprog" og læreplanstemaet "Natur- og naturfænomener". I læreplanstemaet "Sprog" står der, at børn "skal støttes til at udvikle deres nysgerrighed for tegn, symboler og den skriftsproglige verden, herunder bogstaver og tal" (UVM 2016b). I læreplanstemaet "Natur- og naturfænomener" står der, at børn skal støttes i "at kunne kategorisere og systematisere omverdenen, herunder fx at mindre børn får kendskab til modsætningspar, relative begreber, samt at større børn beskæftiger sig med tal og rækkefølger".

Internationalt er tidlig udvikling af børns matematiske opmærksomhed anerkendt som et vigtigt opmærksomhedsfelt. Det skyldes, at matematisk viden og kunnen i stadig stigende grad har betydning for, hvordan børnene klarer sig senere i livet. Desuden tyder al forskning på, at børns forståelse af matematiske og sproglige begreber ved skolestart er den mest betydningsfulde faktor i forhold til at kunne forudsige børnenes senere faglige resultater. Børnenes matematiske begrebsforståelse forudsiger ikke kun fremtidige matematikresultater, men faktisk også fremtidige læseresultater (Duncan m.fl. 2007).

Forskning peger samtidig på, at selv ganske små børn har de kognitive forudsætninger, der skal til for at kunne lære uformel matematik. I alle kulturer udvikler børn grundlæggende, uformelle matematiske begreber før skolestart (Ginsburg 1997). Hvor langt børnene kommer i denne udvikling handler i høj grad om, hvilke muligheder de har for at deltage i meningsfulde matematiske handlinger. Arbejdet med at skabe oplyste og deltagende samfundsborgere begynder allerede tidligt i børnenes liv, hvor de begynder at finde mønstre, former, tal og logikker i deres omgivelser.

I alle kulturer udvikler børn grundlæggende, uformelle matematiske begreber før skolestart.

HVORDAN KAN VI UDVIKLE EN PRAKSIS MED MATEMATISK OPMÆRKSOMHED?

De enkelte dags- og fritidstilbud arbejder som en del af læreplanstemaerne med målsætningen på dagtilbudsområdet. I arbejdet indgår:

- Delprojekter (inklusive formål/mål/tidsplan), der er rettet mod målet
- Aktiviteter og tiltag, der indgår i hvert delprojekt
- Den løbende evaluering af delprojektet og formuleringer af "tegn på rette vej" i hvert delprojekt.

Delprojekter kan fx have fokus på:

- Hverdagsrutiner og matematisk opmærksomhed. Hvilke af institutionens hverdagsrutiner rummer muligheder for at fokusere på matematisk opmærksomhed? Hvordan?

- Hvordan kan/skal matematisk opmærksomhed inddrages i institutionens samlinger og fælles aktiviteter i hverdagen?
- Dialog mellem børn og voksne om og med matematiske ord, der undersøger den omgivende verden, eksempelvis ved brug af ord som "foran", "bagved", "tungere", "større end", "trekantet", "rund" etc.

Forskellige deltagere bør deltage på forskellige måder i arbejdet med handleplanen, fx:

Pædagogisk personale	Deltager aktivt i samarbejde om udvikling af praksis med matematisk opmærksomhed gennem fx beskrivelser af og refleksioner over praksis, udvikling og afprøvning af ideer i praksis. En af pædagogerne bør have særligt ansvar for udviklingsarbejdet.
Pædagoger med særligt ansvar	Inspirerer, sparrer og understøtter udviklingen af praksis gennem fx oplæg, diskussioner, aktionslæringsprojekter eller faglig-didaktisk supervision.
Ledelse	Skaber rammer for et lokalt samarbejde, der involverer alle medarbejdere, og styrer processen med udarbejdelse, gennemførelse og evaluering af handleplan som en del af arbejdet med læreplanstemaer.
Københavns Kommune	Skaber rammer for samarbejde på tværs af institutioner; formidler kontakt mellem institutioner og ressourcpersoner samt deltager i den løbende evaluering gennem dialog med ledelsen.

Målsætning: Alle elever udvikler deres matematiske faglighed gennem en undervisning, der er rettet mod de matematiske kompetencer.



”SAMMEN OM MATEMATIK” I FOLKESKOLEN

På fokusområdet ”Planlægning, gennemførelse og evaluering af matematikundervisning i folkeskolen, som er rettet mod elevers udvikling af matematiske kompetencer” er målsætningerne, at:

- Alle elever udvikler deres matematiske faglighed gennem en undervisning, der er rettet mod de matematiske kompetencer.
- Alle, der underviser i matematik, samarbejder i matematikdidaktiske praksisfællesskaber med fokus på børn og unges læring.

HVAD VIL DET SIGE AT ARBEJDE ”RETTET MOD DE MATEMATISKE KOMPETENCER” I FOLKESKOLEN?

Siden 2009 har der i de danske læseplaner for matematik været formuleret mål for elevernes kompetencebesiddelse i matematik (UVM 2009). Begrebet ”matematisk kompetence” er især blevet udbredt med den såkaldte KOM-rapport (Niss og Jensen 2002), og det bruges til at beskrive den form for faglighed, eleverne ønskes at opnå gennem matematikundervisning. ”Matematisk kompetence” er et centralt begreb i de nyeste Fælles Mål.

Der findes forskellige definitioner af matematisk kompetence, men fælles for dem alle er sigtet på de handlinger, eleverne skal blive i stand til at foretage sig i forskellige matematikholdige situationer. En person, der er matematisk kompetent, kan fx tage stilling til, hvilket tilbud på lån som er mest fordelagtigt, eller han/hun kan handle hensigtsmæssigt efter en vejledning, der beskriver flisestørrelser, mængder af grus og design på en terrasse, der skal anlægges. Med andre ord: Eleverne skal være i stand til at handle hensigtsmæssigt i situationer, der kan være præget af kompleksitet. For at kunne foretage disse handlinger må personen trække på en del viden og færdigheder. I det sidstnævnte eksempel må personen fx have viden om enhederne i de udtryk, som beskriver mæng-

den af grus, og han/hun må have færdigheder til at beregne, hvad terrassens anbefalede faldprocent betyder i praksis. Matematisk kompetence omfatter derfor både viden og færdigheder, men dertil kommer fx modet til overhovedet at kaste sig ud i projektet og til selvstændigt at foretage de hensigtsmæssige valg, som kræves undervejs.

At være matematisk kompetent svarer på mange måder til at beherske et sprog – viden om betydningen af gloser og færdigheder inden for sprogets grammatik er nødvendige forudsætninger, men en person behersker først sproget, når han/hun er ”kommet bag det” og fx forstår typiske talemåder og rent faktisk kan bruge sproget i sammenhænge, der giver mening.

I Fælles Mål er matematisk kompetence inddelt i seks hovedkomponenter: problemløsning, modellering, ræsonnement og tankegang, repræsentation og symbolbehandling, kommunikation og hjælpemiddel. Inddelingen skal støtte læreren i at arbejde målrettet mod centrale aspekter af elevernes kompetencebesiddelse, som samlet set skal omfatte alle hovedkomponenterne. Undervisning, som er rettet mod elevernes kompetencebesiddelse, foregår i et samspil med fagets stofmæssige indhold: tal og algebra, geometri og måling samt statistik og sandsynlighed. I sin planlægning af undervisningsforløb udvælger og konkretiserer læreren derfor læringsmål, som er rettet mod både stof og kompetence. Modellen på næste side illustrerer denne planlægningstænkning:

Kompetence Stof	Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repæsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemiddel
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Undervisning, der er rettet mod matematiske kompetencer, giver eleverne mulighed for at handle i situationer, der er præget af kompleksitet, og de seks hovedkomponenter kan bruges som pejlemærker i den forbindelse. Læringsmålene under "Problembehandling" gør det fx tydeligt, at undervisningen skal give eleverne mulighed for at løse matematiske udfordringer, som de ikke på forhånd har en bestemt metode til. Det er en del af elevernes arbejde at finde frem til farbare veje til løsning af problemet. I den forbindelse kan eleverne trække på den viden og de færdigheder, de allerede har opnået, men de må i tillæg udvikle strategier, som gør det muligt for dem at tackle problemløsningsituationen. Det kan fx handle om at prøve sig frem, inddrage forskellige former for repræsentationer, der kan støtte tanken, opstille og afprøve hypoteser samt foretage ræsonnementer, der kan bidrage til løsningen. En problemløsningsproces er således et undersøgende arbejde.

Undervisning, der er rettet mod matematiske kompetencer, har ikke udelukkende fokus på resultater i opgaver, men i lige så høj grad på de processer, der fører frem til resultaterne. At være matematisk kompetent betyder bl.a. at kunne vælge og anvende hjælpemidler, der er hensigtsmæssige til forskellige situationer, og at kommunikere

med og om matematik i forskellige situationer. Det handler i det hele taget om at kunne navigere i processer, der omfatter matematisk tænkning.

Elever kan kun blive matematisk kompetente, hvis de har viden og færdigheder, som de kan trække på, når de skal handle i matematikholdige situationer. På den måde er viden og færdigheder nødvendige, men ikke de eneste, forudsætninger for matematisk kompetence. Det er afgørende, at eleverne får mulighed for at anvende deres viden og færdigheder i sammenhænge, hvor det ikke er givet, hvilken viden og hvilke færdigheder de skal trække på, men hvor de selv får øje på og udvælger de redskaber, de kan trække på.

I det følgende er fire eksempler, der antyder, hvordan elevens arbejde på samme tid kan være rettet mod udvikling af matematiske kompetencer og forståelse af matematisk stof. De første tre eksempler retter sig primært mod matematikmodellering kombineret med henholdsvis regnestrategier, statistik og funktioner på 3., 6. og 9. klassetrin. Det sidste eksempel retter sig primært mod ræsonnement og tankegang kombineret med geometri på 10. klassetrin.



EKSEMPEL I

Eleverne i 3. klasse kommer i forbindelse med et besøg på skolens Pædagogiske læringscenter til at diskutere, hvor mange bøger der egentlig er i samlingen. Læreren indsamler elevernes gæt på antallet af bøger, og efterfølgende får eleverne i små grupper til opgave at finde ud af, hvor mange bøger der er – uden at tælle dem alle sammen. Tre drenge begynder deres arbejde med at tælle bøgerne på hver sin hylde.

"På den her hylde er der 121 bøger," fortæller en af dem.

"På den her er der kun 98," siger en anden.

"Og på den her er der 85."

Drengene bliver enige om, at det må være rimeligt at regne med ca. 100 bøger pr. hylde. De tæller nu sammen antallet af hylder på en reol.

"Der er otte hylder på hver reol," siger den ene.

"Ja, det er $100 + 100 + 100 \dots$ otte gange," siger den anden.

"Det er bare otte gange hundrede... 800," siger den tredje.

Drengene tæller nu antallet af reoler. Der er 12. Og hvad så?

"Det betyder, at der er $800 + 800 + 800 + \dots$ 12 gange," siger den ene.

"Vi kan også gange med lommeregneren,"

siger den anden, "Det er 12 gange 800".

"Hvis der havde været 10 reoler, ville der have været 8.000 bøger..." siger den tredje.

Drengene løser på den måde problemet gennem samarbejde. De vælger en strategi, oversætter fra virkelighed til matematikprog (modellerer), og undervejs i processen anvender de færdigheder, som allerede er en del af deres værktøjskasse. Andre grupper vælger andre strategier, andre oversættelser og andre færdigheder.

Efterfølgende beskriver og sammenligner eleverne deres løsningsmåder i klassen. Læreren støtter eleverne i at sammenligne de forskellige matematiske modeller, som eleverne har valgt, og med at forbinde disse modeller til de matematiske praksisser, klassen allerede har etableret.

"Aha, det vil sige, at I har brugt gange og reglen om, at vi kan gange med 10 ved at rykke tallene i talhuset," siger han for eksempel. Klassen diskuterer desuden, om nogle måder at løse opgaven på giver mere præcise resultater end andre. Hvilke af elevernes matematiske modeller er mest holdbare? Hvad er det rigtige resultat, og hvilket gæt var tættest på? Der opstår på den måde læringsmuligheder i klassen, som på samme tid vedrører især regnestrategier og matematisk modellering.



EKSEMPEL 2

Læreren i en 6. klasse indleder et modul med en iscenesættelse, hvor han beskriver en diskussion mellem nogle voksne. Får børn for meget i lommepenge? Eleverne i klassen udveksler synspunkter og opdager undervejs, at det er meget forskelligt, hvor meget de får i lommepenge. I fællesskab indsamler de data om lommepenge blandt eleverne i klassen. Det bliver til 26 forskellige tal på tavlen, fx "50 kr. om ugen," "250 kr. om måneden".

Læreren udfordrer nu eleverne i to forskellige retninger: "Hvordan kan vi komme til at sammenligne beløbene, og hvordan kan vi bedst beskrive, hvor mange lommepenge eleverne i vores 6. klasse får?"

Udfordringerne er bl.a. udgangspunkt for elevernes omskrivninger af beløbene til lommepenge pr. måned, til inddeling af data i intervaller og til beskrivelser af data i et diagram og med deskriptorerne: middeltal, median og variationsbredde.

Efterfølgende får eleverne en ny og større udfordring: I skal i grupper gennemføre en statistisk undersøgelse af, hvor meget eleverne på andre klassestrin får i lommepenge. Undersøgelsen skal omfatte fire faser:

1. Udformning af et spørgeskema
2. Indsamling af data
3. Behandling af data
4. Præsentation af undersøgelsens resultater.

I arbejdet kan eleverne trække på nogle af de færdigheder, de har arbejdet med i den indledende runde med databehandling i klassen. Læreren fungerer som vejleder og har gode muligheder for at evaluere elevernes arbejde i forbindelse med den afsluttende præsentation, der har form som dels en rapport, dels en mundtlig præsentation.



EKSEMPEL 3

Fire elever fra 9. klasse får til opgave at undersøge, om der er sammenhæng mellem det antal meter, de står fra en basketballkurv, og det antal gange, de kan ramme kurven. De vælger at kaste basketballen 10 gange hver, først fra 0,5 meters afstand, så fra 1,0 m, 1,5 m osv. Resultaterne indtaster de løbende i et regneark.

Efterfølgende analyserer de sammenhængen mellem afstanden i meter og antallet af fuldtræffere, der står i kolonnen "Samlet", ved hjælp af GeoGebra. De tegner punktpar i et koordinatsystem og finder den kurve, der passer bedst muligt til punktparrene. De diskuterer, om det er rimeligt at sige, at der er en (negativ) lineær sammenhæng mellem det antal meter, de står fra kurven, og det antal gange, de (samlet set) kan score. De diskuterer også, om deres resultater har nogen praktisk betydning for, hvornår det kan betale sig for dem at forsøge en scoring i basketball.

På den måde arbejder eleverne først og fremmest med deres modelleringskompetence og med deres færdigheder inden for fagområdet funktioner. Samtidig er deres matematiske kommunikation og anvendelse af digitale hjælpemidler i spil. Aktiviteten involverer bevægelse, der bliver relevant, fordi de igennem bevægelsen genererer de data, som er nødvendige for deres matematiske undersøgelse.



EKSEMPEL 4

En gruppe elever fra 10. klasse får til opgave at undersøge sammenhængen mellem arealet af et kvadrat og dets omskrevne cirkel.

Gruppen begynder arbejdet med at sikre sig, at de har en fælles forståelse af opgaven og de faglige ord, som indgår i den.

"Altså, hvis det skal være en omskreven cirkel, så skal cirklen gå igennem kvadratets vinkelspidser," siger en elev, "...men hvad betyder sammenhæng?"

"Det er noget med, at hvis vi ved, hvor stor den ene figur er, så skal vi kunne sige, hvor stor den anden er," siger en anden elev.

"Jeg tror, cirklen er sådan ca. 50 % større," siger en tredje elev.

Gruppen bliver enig om at prøve med nogle eksempler. Det lykkes dem at tegne et kvadrat med en omskreven cirkel. De bruger programmet til at beregne de to figurers areal. "Vi kunne jo prøve at trække det mindste areal fra det største areal og se, om vi finder en sammenhæng," siger en elev, men det viser sig hurtigt, at det er en blindgyde – differencen mellem de to arealer varierer med figurernes størrelse på en måde, som eleverne ikke kan overskue. En anden elev foreslår, at de prøver at beregne forholdet mellem de to figurers arealer.

Gruppen opdager, at uanset hvilken størrelse cirklen og kvadratet har, så ser det ud til, at forholdet mellem de to arealer er ca. 1,57.

"Vi har vist fundet sammenhængen," siger de til deres lærer. "Forholdet mellem cirkelns areal og kvadratets areal er altså ca. 1,57." "Er I sikre?" spørger læreren, og eleverne viser og forklarer, hvordan de har gjort deres opdagelse.

"Gad vide, om det er en tilfældighed, at det tal, 1,57, ser ud til at være halvt så stort som pi? Og gad vide, om sammenhængen også gælder, selv om kvadratet og cirklen er meget større end jeres computerskærm? Hvordan kan I overbevise jeres klassekammerater om det?"

Eleverne arbejder videre ud fra disse spørgsmål. "Hvad har det med pi at gøre?," siger denne ene. "Jeg ved, at man altid kan beregne arealet af en cirkel med pi gange radius i anden og arealet af kvadratet med sidelængden i anden." Gradvist (og med lærerens støtte) ræsonnerer eleverne sig frem til flere erkendelser: Diagonalen i kvadratet er lige så lang som diameteren i cirklen. Kvadratets diagonaler inddeler kvadratet i fire retvinklede ligebenede trekanter.

Eleverne bruger viden og færdigheder til at gå i gang med at beregne sidelængden, s , i kvadratet: "Det må jo så betyde, at kvadratets areal er radius i anden gange 2, når radius i cirklen er r ," siger en elev. Med den erkendelse kan gruppen endelig skrive det generelle forhold mellem cirkelns areal og kvadratets areal.



EVALUERING AF MATEMATISKE KOMPETENCER

Der er udbredt enighed om, at løbende evaluering og feedback har en afgørende betydning for elevers læringsmuligheder i matematik (Niss 1993, Clarke 1996, Barnes m.fl. 2000). Forskning viser bl.a., at elever har særligt læringsmæssigt udbytte af evaluering, der er fulgt op af feedback. Det hjælper konkret eleven til at forstå, hvad han/hun kan gøre for at udvikle sig fagligt på det område og dermed fokusere sin indsats her. Det, der evalueres, løber altså med opmærksomheden. Det er derfor vigtigt, at lærere har redskaber til løbende at evaluere elevers matematiklæring inden for hele spektret af matematik og idéer inden for alle typer af mål til at give feedback, som peger fremad for eleven.

Der findes i dag beskrivelser af en række redskaber (fx Bush & Leinwand 2005), som lærere kan bruge i den løbende evaluering af deres elevers kompetencebesiddelse i matematik, herunder

- Åbne, skriftlige opgaver
- Observationer
- Samtaler/interviews
- Elevers rapporter
- Elevers porteføljer.

Målsætning: Alle, der underviser i matematik, samarbejder i matematikdidaktiske praksisfællesskaber med fokus på børns og unges læring.

Det er dog fortsat et åbent spørgsmål, hvordan redskaber som disse integreres i den daglige undervisning på en måde, som er let at håndtere for elever og lærere. Der er brug for fortsat udvikling af undervisningspraksis, hvor evaluering af og feedback på elevers kompetencebesiddelse er en integreret del af hverdagen. Dette element af fokusområdet er centralt for målsætningen.

HVAD ER "MATEMATIKDIDAKTISKE PRAKSISFÆLLESSKABER"?

Lokalt på en skole kan deltagerne i et matematikdidaktisk praksisfællesskab fx være alle matematiklærerne på et klassetrin, i indskolingen eller på hele skolen, og på kommunalt plan kan deltagerne fx være alle kommunens matematikvejledere. Deltagerne i et matematikdidaktisk praksisfællesskab har en specialiseret form for viden om matematikundervisning, der knytter sig tæt til undervisningspraksis. De har fx viden om undervisningsstrategier og repræsentationer i bestemte matematiske emner, og de har viden om elevers matematiske tænkning og om deres mulige misopfattelser. Desuden har deltagerne det samme grundlæggende formål med en del af deres arbejde: at lære børn matematik eller at vejlede kolleger i matematikundervisning.

Deltagerne i et matematikdidaktisk praksisfællesskab på en skole kan danne rammen for at skabe, udvide og udveksle viden om praksis (Galluci 2003). Det er specielt denne forståelse af matematikdidaktiske praksisfællesskaber, der er relevant i forbindelse med Københavns Kommunes målsætning på folkeskoleområdet. Sekundært kan matematikdidaktiske praksisfællesskaber have en

praktisk funktion, hvor deltagerne fx mødes om beslutninger vedrørende indkøb eller om at koordinere deres indsatser i forbindelse med planlægning af undervisningsforløb.

Matematikdidaktiske praksisfællesskaber giver fx mulighed for at mødes om:

- Udveksling af undervisningsidéer og erfaringer med et nyt digitalt værktøj
- Fælles læsning om og diskussion af temaer inden for matematikundervisning (fx evaluering)
- Implementering af nye tiltag eller forsøg i undervisningen.

I Københavns Kommune er matematikdidaktiske praksisfællesskaber omdrejningspunkt for fortsat udvikling af matematikundervisning og for den enkelte lærers faglige udvikling. Det matematikdidaktiske praksisfællesskab på en skole skal fx i det daglige kunne fungere som en platform for udveksling af spørgsmål, deling af viden og idéer, faglige refleksioner og kollegial sparring. Det er igennem det matematikdidaktiske praksisfællesskab, der kan opstå en matematikkultur på en skole, og fællesskabet kan give den enkelte lærer mulighed for at udvikle identitet som matematiklærer.

Et matematikdidaktisk praksisfællesskab kan også danne en stærk ramme om særlige indsatser med udvikling af matematikundervisning, som støttes af matematikvejlederen og/eller konsulenter udefra. Sådanne indsatser kan fx have form som lektionsstudier (Mogensen 2015), aktionslæringsprojekter (Plauborg m.fl. 2007) eller faglig-didaktisk supervision (Alrø & Kristiansen 2002). Fra forskning ved vi, at udviklingsprojekter har særligt gode forudsætninger for at skabe varige ændringer, hvis de foregår lokalt, i tilknytning til deltagerens praksis, igennem længerevarende forløb og igennem samarbejde. Det er afgørende for etableringen af lokale matematikdidaktiske praksisfællesskaber, at den enkelte skole skaber nogle formaliserede rammer om samarbejdet. Sådanne rammer kan være forskellige fra skole til skole.

UDFOLDNING AF "SAMMEN OM MATEMATIK" I FOLKESKOLEN

Der er store forskelle på, hvor langt de københavnske skoler er i forhold til målsætningerne. På nogle skoler praktiserer en del lærere allerede matematikundervisning, der er rettet mod elevers udvikling af matematiske kompetencer, og der er etableret rammer for matematikdidaktiske praksisfællesskaber. Andre skoler er ikke så langt. Vejen mod målsætningerne er derfor ikke lige lang for alle skoler, og den skal ikke nødvendigvis være ens for alle kommunens skoler.

For en del af kommunens matematiklærere vil opfyldelse af målsætningerne kræve forandringer af deres praksis. Sådanne forandringer tager tid, hvis de skal blive varige, og de må støttes af både input udefra fx i form af kurser og sparring og af rammer på skolen, som gør det muligt for den enkelte lærer at indarbejde nye undervisningsidéer og at reflektere over disse sammen med andre matematiklærere.

Den enkelte skole udarbejder en handleplan for skolens arbejde, hvor hver af de to målsætninger på skoleområdet indgår. Handleplanen indeholder:

- Beskrivelser af delprojekter (inkl. formål/mål/tidsplan), der er rettet mod målet.
- Beskrivelser af aktiviteter og tiltag, der indgår i hvert delprojekt.
- Formuleringer af "tegn på rette vej" i hvert delprojekt.

Delprojekter kan fx have fokus på:

- Evalueringsredskaber og metoder til feedback, der retter sig mod matematiske kompetencer. Projektet kan fx have som mål at udvide lærernes kendskab til redskaber og metoder, afprøve, diskutere og reflektere over udvalgte redskaber og metoder samt formulere en fælles tilgang til evalueringsarbejdet.
- Udvalgte matematiske kompetencer, fx modellering og kommunikation. Projektet kan fx anvende lektionsstudier som metode til, at lærerne udvikler indsigt samt indarbejder og reflekterer over undervisning, der er rettet mod kompetencer på det klassetrin, de arbejder på.
- Forholdet mellem konkretisering af læringsmål og elevers udvikling af matematiske kompetencer. Projektet kan fx undersøge mulighederne for at konkretisere læringsmål, som vedrører matematiske kompetencer, på en sådan måde, at målene bliver synlige for elever på forskellige klassetrin.



Forskellige deltagere bør deltage på forskellige måder i arbejdet med handleplanen, fx:

Lærere	Deltage aktivt i samarbejde om udvikling af undervisning, der er rettet mod matematiske kompetencer, og i opbygningen af lokale matematikdidaktiske praksisfællesskaber.
Ressourcepersoner (matematikvejledere, support fra Fagligt center, områder og kompetencecentre)	Inspirere, sparre og understøtte udvikling af praksis gennem fx oplæg, diskussioner, lektionsstudier, aktionslæringsprojekter eller fagligdidaktisk supervision.
Ledelse	Skabe rammer for et lokalt samarbejde, der involverer alle medarbejdere, og styre processen med udarbejdelse, gennemførelse og evaluering af handleplan.
Københavns Kommune	Skabe rammer for samarbejde på tværs af skoler, formidle kontakt mellem institutioner og ressourcepersoner samt deltage i den løbende evaluering gennem dialog med ledelsen.

REFERENCER

- Alrø, H., Kristiansen, M. (2002). Supervision som dialogisk læreproces. Aalborg Universitetsforlag.
- Andersen, M.W. & Lindhardt, B. (2013). Pædagogers arbejde med matematisk opmærksomhed i dagtilbud.
- Barnes, M., Clarke, D. & Stephens, M. (2000). Assessment: the engine of systemic curricular reform? *Journal of Curriculum Studies*, 32(5), 623-650.
- Bush, W.S., & Leinwand, S. (red.) (2005). *Mathematics Assessment. A Practical Handbook*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Clarke, D. (1996). Assessment. I Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (red.): *International Handbook of Mathematics Education*, 327-370. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Clark, D. & Hollingsworth, H. (2002). Elaborating a model of teacher professional growth. *Teaching and Teacher Education* 18, 947-967.
- Duncan, G.J., Dowsett, C.J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A.C., Klebanov, P., Pagani, L.S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446.
- Dowker, A. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*. 38(4), 324-332.
- Gallucci, C. (2003). *Theorizing about responses to reform: The role of communities of practice in teacher learning*. Seattle: Center for the Study of Teaching and Policy, University of Washington.
- Ginsburg, H.P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, 30(1), 20-33.
- Hannula, M.M. & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity in the development and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction* 15.
- Hennessy, S. (2014). *Bridging between Research and Practice: Supporting Professional Development through Collaborative Studies of Classroom Teaching with Technology*. Rotterdam, Holland: Sense Publishers.
- Kreisman, M.B. (2003). Evaluating academic outcomes of Head start. *Early Childhood Research Quarterly*, 18(2). 238-254
- Mazzocco, M. M. & Thompson, R.E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice*, 20(3), 142-155.
- Mogensen, A. (2015). *Lektionsstudier i skolen. Kollegial sparring gennem fælles studier*. København: Dafolo.
- Niss, M. (1993). Assessment in mathematics education and its effects: An introduction to investigations into assessment in mathematics education. Niss, M. (red.): *Investigations into assessment in mathematics education*, 1-30. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfte nr. 18. København: Undervisningsministeriet.

Plauborg, H., Andersen, J.V. & Bayer, M. (2007). Aktionslæring. Læring i og af praksis. København: Hans Reitzels Forlag.

UVM, Undervisningsministeriet (2009). Fælles Mål 2009, Matematik. Faghæfte 12, Undervisningsministeriets håndbogsserie nr. 14 – 2009. København: Undervisningsministeriet.

UVM, Undervisningsministeriet (2014). Matematik – Fælles Mål, læseplan og vejledning. <http://www.emu.dk/modul/matematik-m%C3%A5I-l%C3%A6seplan-og-vejledning>. Lokaliseret juli 2016.

UVM, Undervisningsministeriet (2016a). Matematik. FFM. Januar 2016. <http://www.emu.dk/sites/default/files/Matematik%20-%20januar%202016.pdf>. Lokaliseret juli 2016.

UVM, Undervisningsministeriet (2016b). Dagtilbudsloven. <https://www.uvm.dk/Dagtilbud/Lo-ve-og-regler>. Lokaliseret juli 2016.

NOTER

Rådgiverpanelet i udarbejdelsen af denne rapport bestod af:

Tomas Højgaard (lektor, ph.d., DPU, Aarhus Universitet)
Klaus Fink (tidl. fagkonsulent og læringskonsulent, Undervisningsministeriet)
Thomas Kaas (lektor, Læreruddannelsen UCC)
Michael Wahl Andersen (lektor, Professionshøjskolen UCC)
Kirsten Søs Spahn (pæd. konsulent, Professionshøjskolen UCC)
Nina Madsen Sjö (ph.d.-stud., specialist i børne-neuropsykologi)
Kjeld Fredens (adj. professor og hjerneforsker)
Mona Have (ph.d.-stipendiat, Institut for Idræt og Biomekanik, Syddansk Universitet)
Peter Weng (lektor, Metropol).

Panelet har sammen med følgende deltagere fra Københavns Kommune afholdt tre møder i efteråret 2015 og foråret 2016:

Mikala Jørgensen (centerchef i Fagligt Center frem til 1. januar 2016)
Sarah De Masi (leder af skolegruppen, Fagligt Center, Københavns Kommune)
Gitte Abildlund Brorsen (leder af dagtilbudsgruppen, Fagligt Center, Københavns Kommune)
Asger Hermansen (specialkonsulent)
John Valskov Weichardt (matematiklærer, fagkonsulent og "fagligt fyrtårn")
Mads Frederik Erichsen (matematiklærer, fagkonsulent og "fagligt fyrtårn")
Søren Svendstorp Lund (matematiklærer, Øster Farimagsgades Skole)
Karen Maass (udviklingskonsulent)
Annette Breinholt udviklingskonsulent)
Mette Borchsenius (konsulent og projektleder)

Teksten er udarbejdet af:

Thomas Kaas (lektor, Læreruddannelsen UCC)
Thorleif Frøkjær (lektor, Professionshøjskolen UCC)
Michael Wahl Andersen (lektor, Professionshøjskolen UCC)



